9ο ΓΕΛ ΠΕΙΡΑΙΑ **Διάρκεια 90 min**

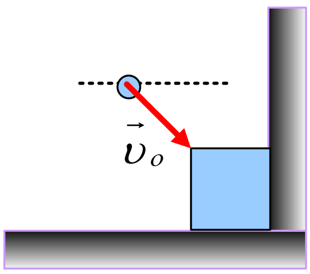
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Α' ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ στη ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Ονοματεπώνυμο:

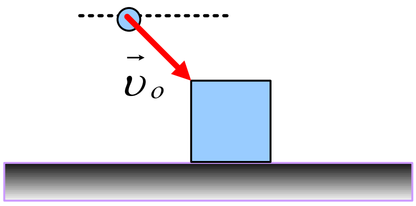
Τμήμα: Γ$_{θετ2}$ **Ημερομηνία: 1/12/2017**

ΘΕΜΑ Α

Κύβος μάζας Μ βρίσκεται ακίνητος στη γωνία οριζόντιου δαπέδου και κατακόρυφου τοίχου. Βλήμα μάζας m=M/3 σφηνώνεται ακαριαία στον κύβο, χωρίς το συσσωμάτωμα που δημιουργείται να αναπηδήσει. Οριακά πριν σφηνωθεί στον κύβο το βλήμα είχε ταχύτητα μέτρου $υ_0$, η διεύθυνση της οποίας σχημάτιζε με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ=60°. Η απώλεια μηχανικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση είναι $|\Delta E_1|$.



Το ίδιο βλήμα σφηνώνεται στον ίδιο κύβο, μόνο που τώρα ο κύβος είναι ελεύθερος να κινηθεί στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Οριακά πριν σφηνωθεί στον κύβο το βλήμα είχε πάλι ταχύτητα μέτρου $υ_0$, η διεύθυνση της οποίας σχημάτιζε με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ=60° . Η απώλεια μηχανικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση είναι $|\Delta E_2|$.



Ο λόγος των απωλειών μηχανικής ενέργειας στις δύο πλαστικές κρούσεις είναι:

α) $\dfrac{|\Delta E_2|}{|\Delta E_1|}=1$ β) $\dfrac{|\Delta E_2|}{|\Delta E_1|}=\dfrac{15}{16}$ γ) $\dfrac{|\Delta E_2|}{|\Delta E_1|}=\dfrac{1}{16}$

Επιλέξτε και δικαιολογείστε την απάντησή σας. Δίνεται: $\eta\mu 60^o=\dfrac{\sqrt{3}}{2},\ \sigma\upsilon\nu 60^o=\dfrac{1}{2}$

Μονάδες 25

Από τα Θέματα Β1 και Β2 επιλέξτε και απαντήστε μόνο στο ένα

ΘΕΜΑ Β1

Σώμα μάζας m ηρεμεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $φ_1$, όπου ημ$φ_1$=0,5, συνδεδεμένο στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, το πάνω άκρο του οποίου είναι ακλόνητα συνδεδεμένο. Εκτρέπουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας, φέρνοντάς το στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο, οπότε εκτελεί ΑΑΤ ολικής ενέργειας E_1.

Κάποια στιγμή που το σώμα **βρίσκεται στην κάτω ακραία θέση** της ΑΑΤ, σταματάμε το σώμα και αλλάζουμε την κλίση του κεκλιμένου επιπέδου σε γωνία $φ_2$, τέτοια ώστε ημ$φ_2$=0,6. Αφήνουμε το σώμα ελεύθερο και εκτελεί πάλι ΑΑΤ ολικής ενέργειας E_2. Οι δύο ενέργειες συνδέονται με τη σχέση:

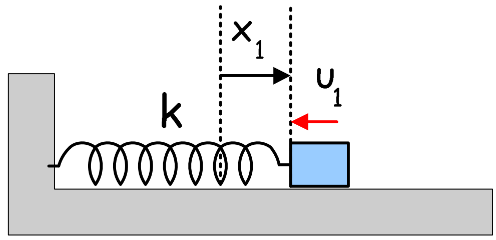
α) $E_1 = E_2$ β) $E_1 = \frac{16}{25}E_2$ γ) $E_2 = \frac{16}{25}E_1$

Επιλέξτε και δικαιολογείστε την απάντησή σας.

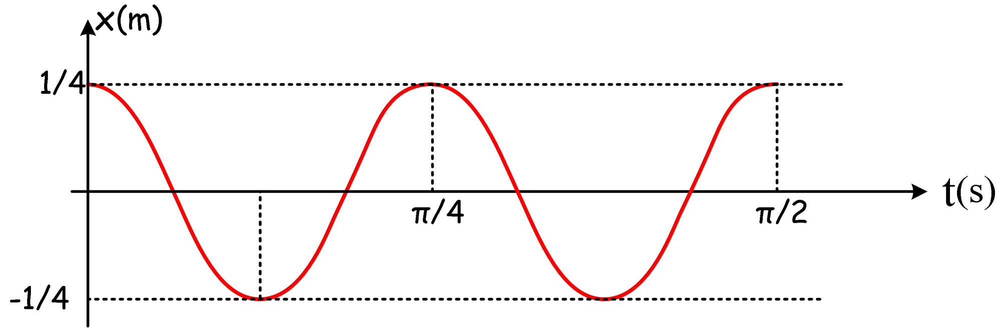
Μονάδες 25

ΘΕΜΑ Β2

Σώμα μάζας m=1 Kg είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=100 N/m και εκτελεί εξαναγκασμένη αρμονική ταλάντωση γύρω από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.



Η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας x=0, σε συνάρτηση με το χρόνο παριστάνεται στο επόμενο διάγραμμα:



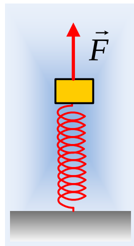
Α) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο υ-t.

Β) Τις χρονικές στιγμές $t_1 = \frac{\pi}{8}s$ και $t_2 = \frac{\pi}{16}s$ να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια που οφείλεται στη δύναμη επαναφοράς καθώς και την κινητική ενέργεια του σώματος

Γ) Κάποια στιγμή καθώς το σώμα κατευθύνεται προς τη θέση ισορροπίας του, βρίσκεται σε απομάκρυνση $x_1 = \frac{1}{8}m$. Για τη στιγμή αυτή να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος

Μονάδες 8+12+5=25

ΘΕΜΑ Γ



Σώμα μάζας m=2Kg ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=200N/m, το κάτω άκρο του οποίου είναι συνδεδεμένο στο δάπεδο. Κάποια στιγμή που θεωρούμε αρχή μέτρησης του χρόνου t_o=0, ασκούμε στο σώμα σταθερή κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα πάνω και μέτρο F=40N.

α) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα τη χρονική στιγμή t_o=0

β) Να δείξετε ότι μετά τη χρονική στιγμή t_o=0 το σώμα θα εκτελέσει ΑΑΤ και να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης χρόνου x-t , θεωρώντας ως θετική φορά την προς τα κάτω

γ) Να γράψετε τη σχέση που εκφράζει την αλγεβρική τιμή της δύναμης του ελατηρίου $F_{ελ}$ σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ, $F_{ελ}$=f(x) και να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση

δ) Κάποια στιγμή που το υλικό σημείο βρίσκεται στη θέση της μέγιστης θετικής απομάκρυνσης, ασκείται ***πρόσθετη*** δύναμη αντίστασης σε αυτό, η τιμή της οποίας δίνεται από τη σχέση: $F_{αντ}$ =-bυ , όπου ***b*** θετική σταθερά και ***υ*** η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας. Παρατηρούμε ότι $Δt_1$=0,63s μετά τη στιγμή που άρχισε να ασκείται στο σώμα η δύναμη αντίστασης, το σώμα σταματά την προς τα κάτω κίνησή του, για πρώτη φορά, αλλά τη στιγμή αυτή απέχει κατά 12cm από την θέση ισορροπίας της ΑΑΤ. Να βρεθεί η απώλεια μηχανικής ενέργειας από τη στιγμή που άρχισε να ασκείται στο σώμα η δύναμη αντίστασης μέχρι $Δt_2$=1,26s μετά τη στιγμή αυτή

Μονάδες 5+(10+10)+(10+5)+10=50

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Στην πρώτη κρούση το συσσωμάτωμα παραμένει ακίνητο: Άρα: $\left|\Delta E_1\right| = \frac{1}{2} m\upsilon_o^{\ 2}$

Στη δεύτερη κρούση το συσσωμάτωμα κινείται με ταχύτητα:

$$m\upsilon_o \sigma\upsilon\nu 60 = (M+m)\upsilon_K \Rightarrow \upsilon_K = \frac{m\upsilon_o}{8m} \Rightarrow \upsilon_K = \frac{\upsilon_o}{8}$$

$$\left|\Delta E_2\right| = \frac{1}{2} m\upsilon_o^{\ 2} - \frac{1}{2}(M+m)\upsilon_K^{\ 2} = \frac{1}{2} m\upsilon_o^{\ 2} - \frac{1}{2} 4m \frac{\upsilon_o^{\ 2}}{64} = \frac{1}{2} m\upsilon_o^{\ 2}(1 - \frac{1}{16}) \Rightarrow \left|\Delta E_2\right| = \frac{15}{16}\frac{1}{2} m\upsilon_o^{\ 2} = \frac{15}{16}\left|\Delta E_1\right|$$

Συνεπώς: $\frac{\left|\Delta E_2\right|}{\left|\Delta E_1\right|} = \frac{15}{16}$ Σωστή απάντηση η (β)

ΘΕΜΑ Β1

$$A_1 = \Delta l_1 = \frac{mg\eta\mu\varphi_1}{k} \Rightarrow A_1 = \frac{0,5mg}{k}$$

$$A_2 = 2A_1 - \Delta l_2 \Rightarrow A_2 = 2\frac{0,5mg}{k} - \frac{mg\eta\mu\varphi_2}{k} \Rightarrow A_2 = \frac{mg}{k} - \frac{0,6mg}{k} \Rightarrow A_2 = \frac{0,4mg}{k}$$

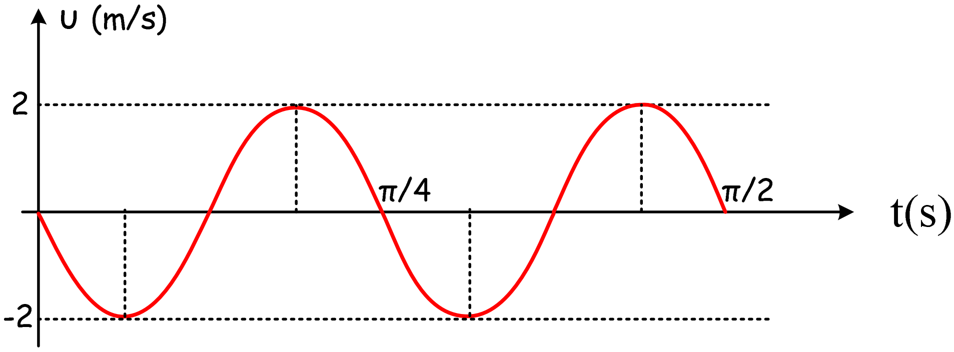
$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{5}{4} \qquad \frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2}kA_1^2}{\frac{1}{2}kA_2^2} = (\frac{A_1}{A_2})^2 \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{25}{16} \Rightarrow E_2 = \frac{16}{25}E_1$$

Σωστή απάντηση η (γ)

ΘΕΜΑ Β2

Από το διάγραμμα απομάκρυνσης-χρόνου x-t παρατηρούμε ότι η περίοδος της αρμονικής ταλάντωσης έχει τιμή $T = \frac{\pi}{4} s$, οπότε η γωνιακή συχνότητα θα έχει τιμή: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = 8 rad/s$. Η αρχική φάση της εξίσωσης απομάκρυνσης-χρόνου είναι $\varphi_o = \frac{\pi}{2}$ αφού για $t = 0: x = +A$ Έτσι η συνάρτηση ταχύτητας χρόνου θα περιγράφεται από την εξίσωση:

$\upsilon = \frac{dx}{dt} = \omega A \sigma\upsilon\nu(\omega t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \upsilon = 2\sigma\upsilon\nu(8t + \frac{\pi}{2})(SI)$, η οποία παριστάνεται στο επόμενο διάγραμμα:



Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{8} s$ η δυναμική ενέργεια που οφείλεται στη δύναμη επαναφοράς είναι μέγιστη:

$$U_{\max} = \frac{1}{2}k(-A)^2 \Rightarrow U_{\max} = \frac{1}{2}\cdot 100\cdot\frac{1}{16} = \frac{25}{8}J = 3{,}125J$$ και η κινητική είναι μηδέν

Τη χρονική στιγμή $t_2 = \frac{\pi}{16} s$ η κινητική ενέργεια είναι μέγιστη:

$$K_{\max} = \frac{1}{2}m\upsilon_{\max}^2 \Rightarrow K_{\max} = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot(-2)^2 J = 2J$$ και η δυναμική είναι μηδέν

Όταν το σώμα βρίσκεται σε απομάκρυνση $x_1 = \frac{1}{8}m$ ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του είναι:

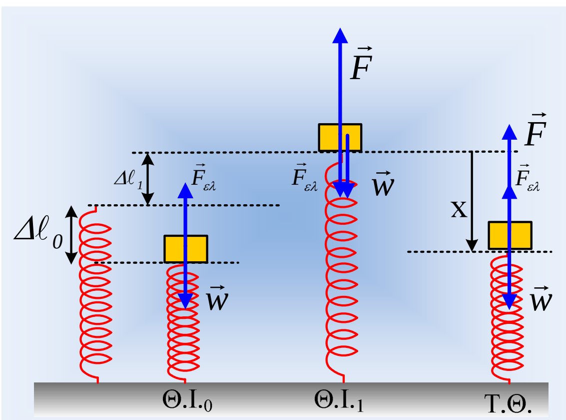
$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F = ma = m(-\omega^2 x_1) \Rightarrow \frac{dp}{dt} = -64\frac{1}{8} = -8Kg\frac{m}{s^2}$$

ΘΕΜΑ Γ

Στην αρχική Θ.Ι η συσπείρωση από τη θέση φ.μ είναι: $\Delta l_o = \frac{mg}{k} = 0{,}1m$

α) $a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{mg - F_{\varepsilon\lambda} - F}{m} = \frac{mg - k\Delta l_0 - F}{m} \Rightarrow a = \frac{-F}{m} \Rightarrow a = -20\frac{m}{s^2}$

β) Εφόσον F>mg η νέα Θ.Ι βρίσκεται πάνω από τη θέση φ.μ του ελατηρίου και το ελατήριο έχει επιμήκυνση: $\Sigma F = 0 \Rightarrow mg + F_{\varepsilon\lambda} - F = 0 \Rightarrow \Delta l_1 = \frac{F - mg}{k} = 0{,}1m$



Σε τυχαία θέση απομάκρυνσης x από τη Θ.Ι (κάτω από τη θέση φ.μ) ισχύει ότι:

$$\Sigma F = mg - F_{\varepsilon\lambda} - F = mg - k(x - \Delta l_1) - F \Rightarrow \Sigma F = -kx$$

Εκτελεί ΑΑΤ με $D = k = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ και $x = 0,2\eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})(S.I)$

γ) $\Sigma F = -F + mg + F_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow -kx = -F + mg + F_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 20 - 200x(S.I) \quad -0,2m \leq x \leq 0,2m$

δ) Το χρονικό διάστημα από τη στιγμή που άρχισε να ασκείται στο σώμα η δύναμη αντίστασης, μέχρι τη στιγμή που το σώμα σταματά την προς τα κάτω κίνησή του, για πρώτη φορά, αντιστοιχεί χρονικά στην περίοδο της φθίνουσας ταλάντωσης, δηλαδή $T_{\varphi\theta}= \Delta t_1=0,63s$. Οπότε $\Delta t_2=1,26s =2T_{\varphi\theta}$ και $x=A_2$ όπου :

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow A_2 = \frac{A_1^2}{A_0} \Rightarrow A_2 = 7,2cm$$

Αρχικά: $E_0 = \frac{1}{2}kA_0^2 \Rightarrow E_0 = 4J$

Τελικά: $E_2 = \frac{1}{2}kA_2^2 \Rightarrow E_2 = 0,5184J$

Απώλεια ενέργειας: $|\Delta E| = 4 - 0,5184 = 3,4816J$

Θοδωρής Παπασγουρίδης

papasgou@gmail.com